

Klassenstufe 10

Geometrie

Kreis

Inhalt

Aufgaben zum Thema Kreisfiguren

Kreis und Quadrat
Kreis und gleichseitiges Dreieck
Kreis und regelmäßiges Sechseck
Kreisfiguren

Datei Nr. 11513

Friedrich Buckel

Stand: 25. Mai 2008

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.de

Inhalt

1.	Kreis und Quadrat	1
2.	Kreis und gleichseitiges Dreieck	2
3.	Kreis und regelmäßiges Sechseck	4
4.	Kreisfiguren – Aufgaben	5

Demo: Mathe-CD

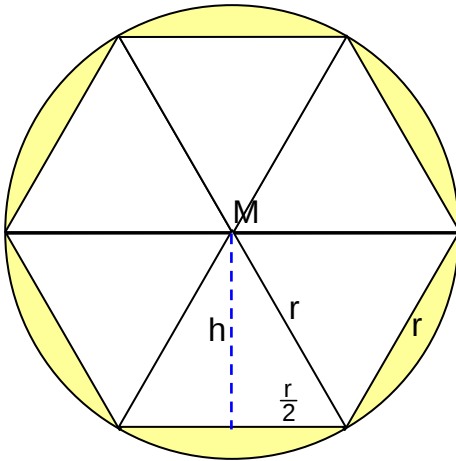
3. Kreis und regelmäßiges Sechseck - Aufgaben

Der Umkreis eines regelmäßigen Sechsecks entsteht bei der Konstruktion eines solchen Sechsecks automatisch, da der Radius mit der Seitenlänge des Sechsecks identisch ist.

Berechne die Formel für den Inhalt des Sechsecks bei gegebenem Radius.

Ferner die Außenfläche und deren prozentualen Anteil an der Kreisfläche bzw. der Sechsecksfläche. Wie groß ist der prozentuale Anteil der Sechsecksfläche an der Kreisfläche?

Lösung



Gegeben ist der Kreisradius r , also zugleich die Länge einer Sechsecksseite.

Das Sechseck ist aus 6 gleichseitigen Dreiecken zusammengesetzt.

Die Berechnung der Dreieckshöhe geschieht nach Pythagoras:

$$r^2 = h^2 + \left(\frac{r}{2}\right)^2 \Rightarrow h^2 = r^2 - \frac{r^2}{4} = \frac{3}{4}r^2$$

$$h = \frac{r}{2}\sqrt{3}$$

Sechsecksinhalt:

$$A_s = 6 \cdot \frac{1}{2} r \cdot h = 3 \cdot r \cdot \frac{r}{2} \sqrt{3} = \frac{3}{2} \sqrt{3} \cdot r^2$$

Außenfläche: $\Delta A = A_o - A_s = \pi r^2 - \frac{3}{2} \sqrt{3} \cdot r^2 = \left(\pi - \frac{3}{2} \sqrt{3} \right) r^2$

Prozentualer Anteil am Kreis:

$$p = \frac{\Delta A}{A_o} \cdot 100\% = \frac{\left(\pi - \frac{3}{2} \sqrt{3} \right) \cdot r^2}{\pi \cdot r^2} \cdot 100\% = \frac{\pi - \frac{3}{2} \sqrt{3}}{\pi} \cdot 100\% \approx 17,3\%$$

Prozentualer Anteil am Sechseck:

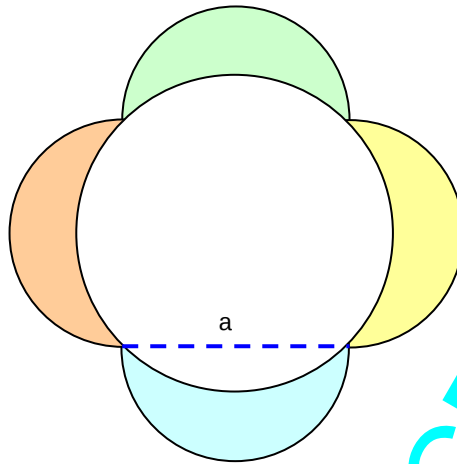
$$p = \frac{\Delta A}{A_s} \cdot 100\% = \frac{\left(\pi - \frac{3}{2} \sqrt{3} \right) \cdot r^2}{\frac{3}{2} \sqrt{3} \cdot r^2} \cdot 100\% = \frac{\pi - \frac{3}{2} \sqrt{3}}{\frac{3}{2} \sqrt{3}} \cdot 100\% \approx 20,9\%$$

Prozentualer Anteil des Sechsecks am Kreis:

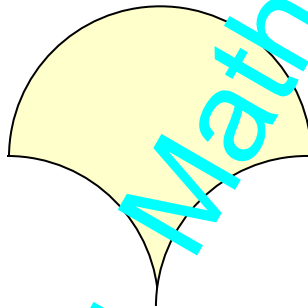
$$p = \frac{A_s}{A_o} \cdot 100\% = \frac{\frac{3}{2} \sqrt{3} \cdot r^2}{\pi r^2} \cdot 100\% = \frac{3}{2\pi} \sqrt{3} \cdot 100\% \approx 82,7\%$$

4. Kreisfiguren - Aufgaben

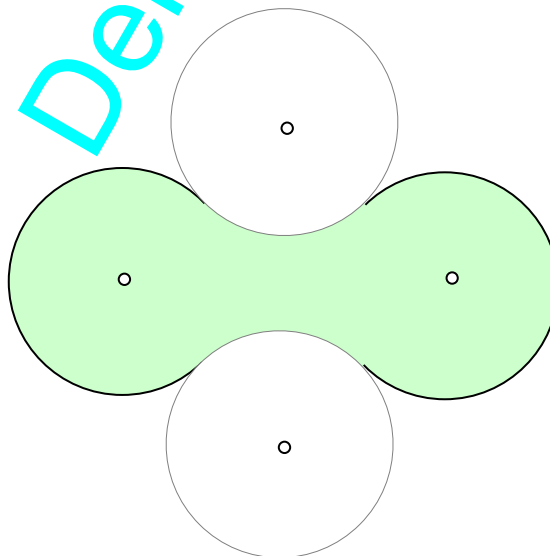
- (1) Berechne den Inhalt der bunten Außenfläche in Abhängigkeit von a .



- (2) Die nächste Figur besteht aus drei Kreisbögen mit dem selben Radius r . Berechne ihren Inhalt in Abhängigkeit von r .



- (3) Die nächste Figur wird von vier Kreisbögen mit gleichem Radius r begrenzt. Berechne den Inhalt der gefärbten Fläche.



Lösungen

- (1) Die ganze Figur kann man sich aus dem Quadrat der Kante a und vier außen angesetzten Halbkreisen mit dem Radius $\frac{1}{2}a$ (das sind zusammen zwei ganze Kreisflächen) zusammengesetzt denken.

Davon schneidet man dann den inneren Kreis aus. Dessen Radius ist die halbe Diagonale im Quadrat:

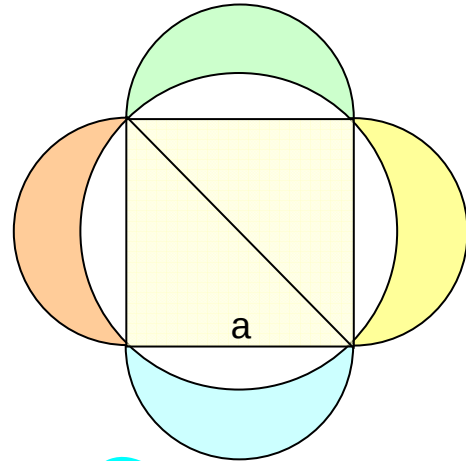
$$d^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow d = a\sqrt{2}$$

Also ist: $r_{\text{innen}} = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2}a\sqrt{2}$

Außenfläche: $\Delta A = A_{\square} + 2 \cdot A_{\text{O,außen}} - A_{\text{O,innen}}$

$$\Delta A = a^2 + 2\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \pi\left(\frac{a}{2}\sqrt{2}\right)^2 = a^2 + 2\pi \cdot \frac{a^2}{4} - \pi \cdot \frac{a^2}{4} \cdot 2 = a^2$$

Man beachte, dass offenbar die 4 Halbkreise gleich groß sind wie der innere Kreis!!



Usw. auf CD